الموجات الميكانيكية

الموجة الميكانيكية: الموجة الميكانيكية عبارة عن انتشار تشويه في وسط مادي مرن دون انتقال للمادة المكونة لوسط الانتشار

وتنتشر بسرعة : $v=\dfrac{d}{\Delta t}$ (m ، s ، m/s)

أمثلة : انتشار موجة ميكانيكية طول حبل متوتر – أو على سطح الماء – أو انتشار موجة صوتية في الماء أو في الهواء .

- تكون الموجة مستعرضة إذا كان اتجاه التشويه عموديا على اتجاه انتشارها .
- و تكون طولية إذا كان اتجاه التشويه على استقامة واحدة مع اتجاه انتشارها.

الموجة الميكانيكية المتوالية : تتابع مستمر، لا ينقطع ، لإشارات ميكانيكية ، ناتج عن اضطراب مُصان ومستمر لمنبع الموجات.

العلاقة بين استطالة نقطة من وسط الانتشار واستطالة المنبع : $y_M(t)=y_S(t-\tau)$. مع : $\tau=\dfrac{SM}{v}$ التأخر الزمني.

ملحوظة : سرعة انتشار موجة طول حبل متوتر تعطيها العلاقة التالية: $v=\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ ؛ T : توتر الحبل ب (N) ؛ $\mu=\dfrac{m}{\ell}$ كتلة الحبل لوحدة الطول: (kg/m)

طول الموجة المتوالية = المسافة التي تقطعها الموجة خلال مدة زمنية تساوي دور حركة اهتزاز المنبع، وتعطيها العلاقة التالية :

$$\boxed{\lambda=v.T=\frac{v}{\upsilon}}$$

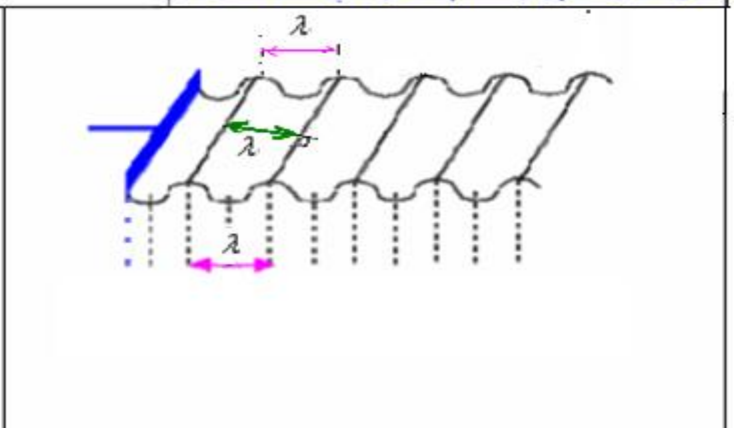
λ: طول الموجة المتوالية. (m)

v : سرعة انتشار الموجة. (m/s)

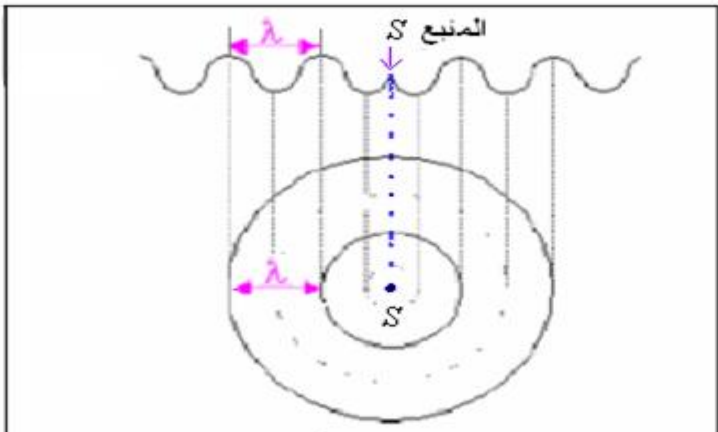
υ: تردد الموجة المتوالية = تردد المنبع S. (Hz)

T:الدور بالثانية (s) : وهو مقلوب التردد ويطلق عليه اسم (الدورية الزمانية) .

يمكن تحديد طول الموجة ميدانيا من خلال مظهر وسط الإنتشار في لحظة معينة .



حالة موجات متوالية مستقيمية على سطح الماء



حالة موجات متوالية دائرة على سطح الماء

الدراسة بالوماض: الوماض جهاز يرسل ومضات ضوئية بكيفية متتالية ومنتظمة ، تردده قابل للضبط. ليكن: υ_e و υ تردد الموجة المتوالية.

- عند ضبط الوماض على: $\upsilon_e=\upsilon$ نحصل على التوقف الظاهري للموجة المتوالية.
- عند ضبط الوماض على التردد υ_e أكبر بقليل من υ نحصل على حركة ظاهرية بطيئة في عكس منحى حركة الموجة المتوالية.
- عند ضبط الوماض على التردد υ_e أصغر بقليل من υ نحصل على حركة ظاهرية بطيئة في نفس منحى حركة الموجة المتوالية.

تمثيل مظهر وسط الانتشار في لحظة معينة :

لتمثيل المظهر في لحظة معينة نبحث عن المسافة التي قطعها مطلع الإشارة في تلك اللحظة ثم نمثل المظهر مع احترام شكل المطلع .

مقارنة حركة نقطتين من وسط الانتشار:

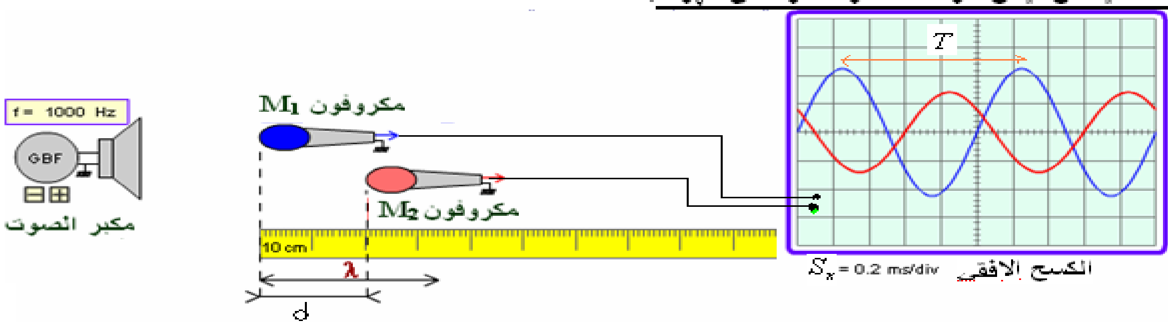
نقطتان من وسط الانتشار تهتزان على توافق في الطور إذا كانت المسافة d الفاصلة بينهما تساوي عددا صحيحا لطول الموجة : $d=k.\lambda$.

نقطتان من وسط الانتشار تهتزان على تعاكس في الطور إذا كانت d الفاصلة بينهما تساوي عددا فرديا لنصف طول الموجة : $d=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$.

الموجات الصوتية: الموجات الصوتية موجات ميكانيكية طولية تنتشر في الأوساط المادية نتيجة انضغاط وتمدد مكونات وسط الانتشار.

ينتشر الصوت في الهواء والفراغ بسرعة $340m/s$.وتزداد سرعة انتشار الصوت بزيادة كثافة وسط الانتشار.

تمكن التجربة التالية من قياس سرعة انتشار الصوت في الهواء:



λ : طول الموجة الصوتية التي يصدرها مكبر الصوت ترددها قابل للضبط بواسطة المولد GBF.

نقط وسط الانتشار التي تكون فيها الدالتين على توافق في الطور تتحقق فيها العلاقة : $d = k.\lambda$.

أصغر مسافة d بين الميكروفونين لكي يتحقق التوافق في الطور : $\lambda = d$.

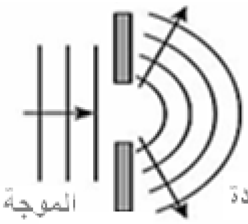
بمعرفة قيمة الكسح الأفقي المستعمل نحدد قيمة الدورية الزمنية .

$T = S_x . x$ ومنه تردد الموجة الصوتية : $\upsilon = \frac{1}{T}$ وبتطبيق العلاقة $v = \lambda.\upsilon$ نحصل على سرعة انتشار الصوت في الوسط الذي أنجزت فيه التجربة.

الموجات فوق الصوتية =موجات صوتية ذات تردد $\upsilon > 20kHz$ بحيث يتعذر سماعها، ولها نفس سرعة انتشار الصوت في الفراغ $340m/s$ ، فالموجات فوق الصوتية موجات ميكانيكية تستعمل عموما في السونار البيولوجي الذي يعتمد على انعكاسها لقياس المسافات كأعماق البحار وغيرها كما تستعمل من طرف بعض الحيوانات كالدلفين والخفاش.

ظاهرة الحيود :

ظاهرة الحيود ظاهرة تميز الموجات ونحصل عليها عندما تجتاز الموجة فتحة صغيرة عرضها a أصغر أو يساوي طول الموجة الواردة $a \leq \lambda$.



الموجة الواردة الموجة المحيدة

طول الموجة الواردة=طول الموجة المحيدة

ظاهرة التبدد : يكون الوسط مبددا للموجات إذا كانت سرعة انتشارها في هذا الوسط تتعلق بتردد المنبع الذي تنبعث منه الموجات.

أمثلة: باستعمال حوض الموجات يتضح أن سرعة انتشار الموجة المنتشرة على سطح الماء تتعلق بتردد حركة المنبع $\Leftarrow$ الماء وسط مبدد.

بينما الهواء ليس بمبدد للموجات الصوتية لأن الصوت ينتشر في الهواء بنفس السرعة $340m/s$ مهما كان تردد الموجةالصوتية.

الموجات الضوئية

خصائص الموجات الضوئية : الضوء ليس موجة ميكانيكية لأنه يمكنه الانتشار في وسط غير مادي كالفراغ .

الضوء عبارة عن موجات كهرمغنطيسية مستعرضة ، مكون من مجال كهربائي ومجال مغناطيسي عموديان على اتجاه الانتشار ، ويمكنه الإنتشار في الأوساط المادية الشفافة وفي الفراغ. وسرعة انتشار الضوء في الفراغ : $c = 3\times10^8 m/s$

الضوء الأحادي اللون: يتميز كل إشعاع ضوئي أحادي اللون بتردده υ الذي لا يتعلق بوسط الإنتشار .

$$\lambda = v.T = \frac{v}{\upsilon}$$

سرعة انتشار الضوء في الوسط $\leftarrow v$

تردد الضوء الأحادي اللون $\leftarrow \upsilon$

$\lambda \rightarrow$ طول موجة الضوء الأحادي اللون في وسط معين.

الضوء الأبيض: =الضوء المرئي هو مزيج من إشعاعات أحادية اللون .

ومجال الضوء المرئي $400nm \leq \lambda \leq 800nm$

$\lambda > 800nm$ مجال الأشعة تحت الحمراء

$\lambda < 400nm$ مجال الأشعة الفوق بنفسجية

سرعة انتشار الضوء الاحادي اللون في وسط معين تتعلق بمعامل انكسار هذا الوسط .

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_o}{\lambda}$$ $\longrightarrow$ معامل انكسار الوسط

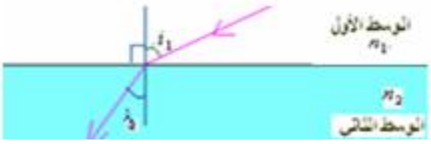
c: سرعة انتشار الضوء في الفراغ . λ_o : سرعة انتشار الضوء في الفراغ.

v: سرعة انتشار الضوء في الوسط. λ : سرعة انتشار الضوء في الوسط.

قانون ديكارت لانكسار الضوء : $n_1 . \sin i_1 = n_2 . \sin i_2$

n_1 : معامل انكسار الوسط الأول. i_1 : زاوية الورود .

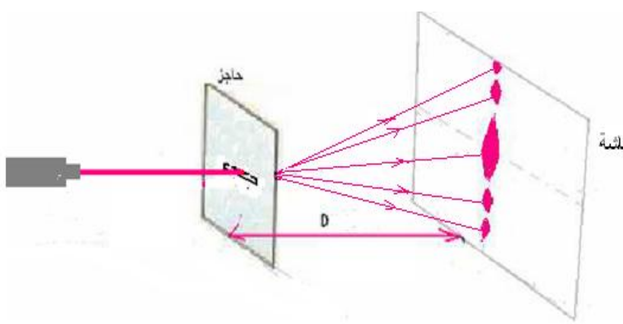
n_2 : معامل انكسار الوسط الثاني. i_2 : زاوية الانكسار .



حيود الموجات الضوئية :

الابرازالتجريبي :

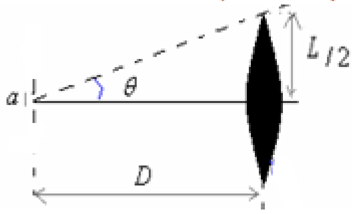
عندما يمر شعاع ضوئي أحادي اللون عبر فتحة صغيرة عرضها أصغر أو مساو لطول الموجة الضوئية نحصل على ظاهرة الحيود، فنشاهد على الشاشة بقعا مضيئة تتوسطها بقع مظلمة في اتجاه متعامد مع اتجاه الشق.وتقل شدة إضاءة البقع كلما ابتعدنا من المركز بحيث يتصرف الشق كمنبع ضوئي وهمي .



اتجاه البقع متعامد مع اتجاه الشق.

دراسة حيود الحزمة عبر شق:

الفرق الزاوي θ = الزاويه التي نشاهد من خلالها نصف البقعة المركزية انطلاقا من الشق .



من خلال الشكل لدينا : $\tan\theta = \frac{L}{2D}$

وعموما في ظاهرة الحيود تكون θ صغيرة أي: $\tan\theta \approx \theta(rad)$

إذن : $$\theta = \frac{L}{2D} \quad (1)$$

المنحنى: $\theta = f(\frac{1}{a})$ عبارة عن مستقيم يمر من أصل المعلم ، معامله الموجه يساوي λ طول الموجة الضوئية للإشعاع المستعمل.

ومنه فإن الفرق الزاوي: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ **(2)**

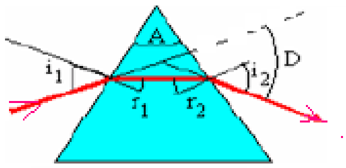
من خلال (1) و(2) لدينا: $\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$ أي: عرض البقعة الضوئية: $L = \frac{2.\lambda.D}{a}$

كلما ازداد عرض الشق a كلما تناقص عرض البقعة الضوئية وكلما كانت ظاهرة الحيود أقل وضوحا.

- ملحوظة : الضوء له طبيعة موجية وطبيعة جسيمية. تجربة حيود الضوء تبرز الطبيعة الموجية للضوء.

تبدد الموجات الضوئية الموشور وسط شفاف محدود بوجهين يتقاطعان حسب مستقيم يسمى حرف الموشور.

نرسل حزمة ضوئية أحادية اللون على وجه موشور،نلاحظ أن الحزمة تخضع لإنكسار على الوجه الأول ثم على الوجه الثاني وتنحرف نحو قاعدة الموشور.



n : معامل انكسار الموشور .
A : زاوية الموشور.
i_1: زاوية الورود على الوجه I
r_1 :زاوية الإنكسار على الوجه I
r_2: زاوية الورود على الوجه II
i_2: زاوية الإنكسار على الوجه II
D : زاوية الانحراف

زاوية الموشور: $A = r_1 + r_2$

تطبيق قانون ديكارت لانكسار الضوء على الوجه الأول للموشور: $\sin i_1 = n \sin r_1$

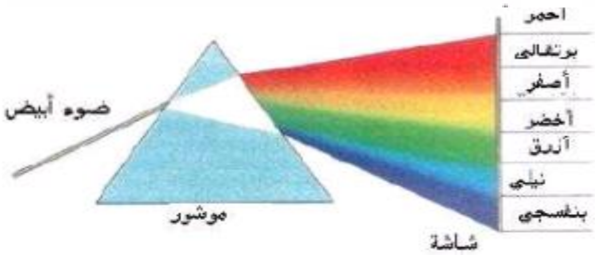
تطبيق قانون ديكارت لانكسار الضوء على الوجه الثاني للموشور: $n \sin r_2 = \sin i_2$

زاوية الانحراف الكلي للشعاع الوارد بعد اجتيازه للموشور: $D = i_1 + i_2 - A$

معامل انكسار الموشور دالة تناقصية لطول الموجة الضوئية التي تجتازه : $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ علاقة كوشي .

الضوء الأبيض ليس بأحادي اللون بل يتكون من عدة أضواء أحادية اللون : متعدد الألوان .

يتبدد الضوء الأبيض بعد اجتيازه للموشور فنحصل على طيف الضوء الأبيض المكون من الألوان التالية:



الموشور وسط مبدد للموجات الضوئية.

التحولات النووية – التناقص الإشعاعي

تذكير : نواة الذرة :

مكونات نواة الذرة: تتكون نواة الذرة من بروتونات ونوترونات وهذه المكونات يطلق عليه اسم النويات .

تمثل نواة الذرة في الفيزياء النووية بالرمز التالي :

$${}^{A}_{Z}X$$

عدد الكتلة ← A ، العدد الذري ← Z ، رمز العنصر الكيميائي ← X

A : عدد الكتلة ويمثل عدد النويات أي عدد البروتونات + عدد النوترونات المكونة للنواة.

Z : العدد الذري ويمثل عدد البروتونات المكونة للنواة .

$N = A - Z$ عدد النوترونات المكونة للنواة.

مثال: ${}^{35}_{17}C\ell$: رمز نواة ذرة الكلور التي تحتوي على 17 بروتونا و 18 نوترونا .

I) التحولات النووية التلقائية – الأنشطة الإشعاعية:

1) قانون سودي للإنحفاظ: (Loi de Soddy)

2)أنواع الأنشطة الإشعاعية :

خلال تحول نووي ينحفظ عدد الشحنة Z. وكذلك العدد الإجمالي للنويات A.

نعتبر التحول التالي: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}P$ انحفاظ Z ⇐ $\boxed{Z = Z_1 + Z_2}$ انحفاظ A ⇐ $\boxed{A = A_1 + A_2}$

* **النشاط الإشعاعي α** يوجد لدا النوى الثقيلة ذات $A > 200$.

النشاط الإشعاعي α تفتت نووي طبيعي وتلقائي، تتحول خلاله نواة أصلية ${}^{A}_{Z}X$ إلى نواة متولدة ${}^{A-4}_{Z-2}Y$

معادلة التفتت α :
$$\boxed{{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-2}_{Z+1}Y + {}^{2}_{4}He}$$

* **النشاط الإشعاعي β^-**

النشاط الإشعاعي β^- تفتت نووي طبيعي وتلقائي، تتحول خلاله نواة أصلية ${}^{A}_{Z}X$ إلى نواة متولدة ${}^{A}_{Z+1}Y$ يبعث إلكترون ${}^{0}_{-1}e$ أي دقيقة β^- .

معادلة التفتت β^- :
$$\boxed{{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e}$$

الإشعاع β^- ناتج عن تحول نوترون إلى بروتون داخل نواة، ويعبر عنه بما يلي: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0e$

* **النشاط الإشعاعي β^+** . تفتت تلقائي،يظهر عموما لدا العناصر الإشعاعية الاصطناعية :

تتحول خلاله نواة أصلية ${}_Z^AX$ إلى نواة متولدة ${}_{Z-1}^{A}Y$ بيعث بوزيترون ${}_{+1}^0e$ يسمى دقيقة β^+.

معادلة التفتت β^+ :
$$\boxed{{}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^0e}$$

الإشعاع β^+ ناتج عن تحول بروتون إلى نوترون داخل نواة، ويعبر عنه بما يلي: ${}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + {}_{+1}^0e$.

* **النشاط الإشعاعي γ** :

موجات كهرمغناطيسية ذات طاقة كبيرة ،وهو يواكب الأنشطة الإشعاعية α و β^- و β^+ حيث تكون النواة المتولدة في حالة إثارة فتفقد طاقة إثارتها ببعث إشعاع γ.

3)الفصيلة المشعة :

تتحول نواة غير مستقرة إلى نواة أخرى.وإذا كانت هذه الأخيرة غير مسقرة ، فإنها تتحول بدورها إلى نواة أخرى ، وهكذا إلى أن نحصل على نواة مستقرة وغير مشعة .نسمي مجموع النوى الناتجة عن نفس النواة الأصلية فصيلة مشعة.

4) تطور المادة المشعة(قانون النشاط الإشعاعي):

النشاط الإشعاعي ظاهرة عشوائية تحدث تلقائيا وبدون سبق إشعار ويخضع عدد النوى $N(t)$ المتبقية في عينة مشعة لقانون التناقص الإشعاعي التالي: $N_{(t)} = N_0 e^{-\lambda t}$ بحيث : $N(t)$ عدد النوى المتبقية عند اللحظة t . N_0 :عدد نوى العينة المشعة عند اللحظة $t=0$.

λ : ثابتة النشاط الإشعاعي وهي ثابتة تميز النويدة المعينة ووحدتها في ن.ع. للوحدات (s^{-1})

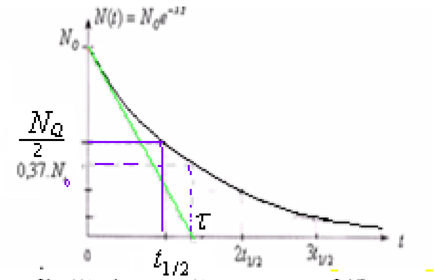
5) ثابتة الزمن τ

زمن النصف لنويدة مشعة نرمز له ب: τ ، ومرتبط بثابتة النشاط الإشعاعي λ بالعلاقة التالية: $\tau = \frac{1}{\lambda}$ ووحدته : (s).

بالتعويض في العلاقة السابقة عند اللحظة نجد : $N_{(t=\tau)} = N_o.e^{-\frac{\tau}{\tau}} = N_o.e^{-1} = 0{,}37.N_o$

إذن عند اللحظة $t=\tau$ يتبقى من العينة37 % وهو ما يمثل نقصانا في عدد نوى العينة البدئية بنسبة67 % .

6) عمر النصف $t_{1/2}$لنويدة مشعة:



نسمي عمر النصف $t_{1/2}$ لنويدة معينة المدة الزمنية اللآزمة لتفتت نصف نوى العينة.

عند اللحظة : $t = t_{1/2}$ لدينا: $N_{(t_{1/2})} = \frac{N_0}{2}$ ومنه نجد : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

ثابتة الزمن τ تحدد بإحدى الطرق التالية :- **الطريقة الاولى** : المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$ يتقاطع مع محور الزمن عند اللحظة $t=\tau$.

- **الطريقة الثانية** : عند $t=0$ لدينا : $N(t) = N_o.e^{-1} = 0{,}37.N_o = 37\%.N_o$.

- **الطريقة الثالثة**: $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{Ln2} = 1{,}44.t_{1/2}$

7)نشاط عينة مشعة:

نشاط عينة تحتوي على عدد $N_{(t)}$ من النوى المشعة = عدد التفتتات في وحدة الزمن ، ونرمز إليه ب: $a(t)$ وتعطيه العلاقة التالية :

$a(t) = -\frac{dN_{(t)}}{dt}$ ووحدة النشاط في النظام العالمي للحدات هي البكريل الذي نرمزإليه ب: (Bq).بما أن : $N_{(t)} = N_0 e^{-\lambda.t}$

فإن: $a_{(t)} = -\frac{d(N_0e^{-\lambda.t})}{dt} = -N_0\frac{d(e^{-\lambda.t})}{dt} = -\lambda(-N_0.e^{-\lambda.t}) = \lambda.N_{(t)}$

إذن $a_{(t)} = \lambda.N_{(t)}$ نشاط عينة عند لحظة t مع $N_{(t)} = N_0e^{-\lambda t}$

بالتعويض نجد : $a_{(t)} = \lambda.N_0.e^{-\lambda.t}$ (2)

إذن عند اللحظة $t=o$: لدينا: $a_0 = \lambda.N_0$

وبذلك العلاقة (2) تصبح: $a_{(t)} = a_o.e^{-\lambda t}$

نشاط عينة :

$$\boxed{a(t) = \lambda.N_{(t)} = a_o.e^{-\lambda.t} \qquad \lambda = \frac{Ln2}{t_{1/2}} \text{ و } a_o = \lambda.N_o}$$

$\Leftarrow$

8) التأريخ بالنشاط الإشعاعي:

يمكن التناقص الإشعاعي لبعض العناصر المشعة ، الموجودة في الصخور اوفي الكائنات الميتة ،من إيجاد عدة تقنيات للتاريخ.فبمقارنة النشاط $a(t)$لعينة ميتة (أي قديمة) مع قياس النشاط a_o لعينة شاهدة (أي حديثة) من نفس الطبعة ، نتمكن من تقدير عمر العينة باستعمال

العلاقة: $a(t)=a_o e^{-\lambda t}$ $\Leftarrow$ $\frac{a(t)}{a_o}=e^{-\lambda t}$ بحيث أي : $Ln\frac{a(t)}{a_o}=-\lambda t$ إذن : $Ln\frac{a(t)}{a_o}=-\frac{Ln2}{t_{1/2}}\times t$ ومنه : $t=\frac{Ln\left(\frac{a(t)}{a_o}\right)}{Ln2}\times t_{1/2}$

ملحوظة :

- في الفيزياء النووية يرمز للنويدة ب : $^{A}_{Z}X$ بحيث A يمثل الكتلة المولية . مثلا: بالنسبة $^{24}_{11}Na$ $M(Na)=24g/mol$.
- عدد النويدات الموجودة في عينة مشعة كتلتهاm تعطيه إحدى العلاقتين التاليتين:

$N=\frac{m}{M}\times N_A$ أو : $N=\frac{m}{m(^{A}_{Z}X)}$.

النوى، الكتلة و الطاقة

I - التكافؤ " كتلة طاقة"

1) علاقة اينشتاين : كل جسم في حالة سكون يمتلك طاقة تعطيها العلاقة التالية $E=mc^2$ $c=3\times10^8 m/s$ ، E : تسمى بالطاقة الكتلية.

ووحدة الطاقة الكتلية في الفيزياء النووية هي الإلكترون- فولط (eV) الذي تربطه بالجول العلاقة التالية: $1eV=1,6\times10^{-19}J$

من مضاعفاته $1MeV=10^6 eV=1,6\times10^{-13}J$

2)وحدة الكتلة الذرية:

$$1u=1,66\times10^{-27}Kg=931,5MeV/c^2$$

II - طاقة الربط للنواة:

1) طاقة الربط:

طاقة الربط E_L لنواة $^{A}_{Z}X$ هي الطاقة التي يجب إعطاؤها للنواة في حالة سكون لفصل نوياتها وتبقى في حالة سكون.

وتعطيها العلاقة التالية: $E_L=\left(Zm_p+(A-N)m_n-m(^{A}_{Z}X)\right)\times c^2$ وهي دائما موجبة .

2) طاقة الربط بالنسبة لنوية:

نستعمل أحيانا طاقة الربط بالنسبة لنوية وتعطيها العلاقة التالية : $\xi=\frac{E_L}{A}$ حيث : E_L هي طاقة الربط للنواة و A عدد النويات.

ووحدتها : $MeV/nucléon$. كلما كانت طاقة الربط بالنسبة لنوية كبيرة كلما كانت النواة أكثر استقرارا.

III)الانشطار و الاندماج النووي:

خاص بشعبتي العلوم الفيزيائية والرياضية

أ- الانشطار النووي : تفاعل نووي تنقسم خلاله نواة ثقيلة بعد قذفها بنوترون إلى نواتين خفيفتين = تشظية نواة عند تصادمها بقذيفة نووية.

يستحسن استعمال النوترون للقذف لأنه جسيم محايد لا يتنافر مع النواة ويصل إليها بسهولة .

مثال 1: $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n---->^{140}_{55}Cs+^{93}_{37}Rb+3^{1}_{0}n$

مثال 2 : $^{235}_{92}U+^{1}_{0}n---->^{94}_{38}Cr+^{140}_{54}Xe+2^{1}_{0}n$

ب . الاندماج النووي : تفاعل يتم خلاله انضمام نواتين خفيفتين لتكوين نواة أكثر ثقلا . مثل: اندماج نظائر الهيدروجين وتكوين الهيليوم.

مثال 1 : $^{2}_{1}H+^{1}_{1}H--->^{3}_{2}He$

مثال 2 : $^{3}_{2}He+^{3}_{2}He--->^{4}_{2}He+2^{1}_{1}H$

IV) الحصيلة الطاقية للتحولات النووية التلقائية

1) الطاقة المتحررة خلال النشاط الإشعاعي α:

معادلة التفتت α : $^{A}_{Z}X\rightarrow^{A-4}_{Z-2}Y+^{4}_{2}He$

$\Delta E=\left(m(^{A-4}_{Z-2}Y+m(^{4}_{2}He)-m(^{A}_{Z}X)\right)\times c^2<0$

سالبة لأنها مفقودة من طرف المجموعة.

الطاقة المتحررة خلال هذا التحول النووي: $E_{libirée}=|\Delta E|$

موجبة لأنها مكتسبة من طرف الوسط الخارجي.

2) لطاقة المتحررة خلال النشاط الإشعاعي β^-:

معادلة التفتت β^- : $^{A}_{Z}X\rightarrow{}_{Z+1}^{A}Y+^{0}_{-1}e$

$\Delta E=\left(m(_{Z+1}^{A}X+m(e)-m(^{A}_{Z}X)\right)\times c^2$

وهي سالبة = طاقة مفقودة .

الطاقة المتحررة خلال هذا التحول β^- : $E_{libirée}=|\Delta E|$.

موجبة لأنها متحررة ومكتسبة من طرف الوسط الخارجي.

3) الطاقة المحررة خلال النشاط الإشعاعي β^+:

معادلة التفتت β^+ : $^{A}_{Z}X\rightarrow^{A}_{Z-1}Y+^{0}_{+1}e$

$\Delta E=\left(m(^{A}_{Z-1}Y)+m(^{0}_{-1}e)-m(^{A}_{Z}X)\right)c^2<0$

وهي سالبة لان المجموعة تفقد الطاقة للوسط الخارجي

الطاقة المتحررة خلال هذا التحول النووي: $E_{libirée}=|\Delta E|$

وهي موجبة لأنها مكتسبة من طرف الوسط الخارجي.

الكهرباء - ثنائي القطبRC

I المكثفات :

1) تعريف المكثف:

يرمز للمكثف في دارة كهربائية بالرمز التالي :

C : سعة المكثف.

$q=C.U_C$ شحنة المكثف تتناسب مع التوتر المطبق بين مربطيه .

وحدة سعة المكثف في النظام العالمي للوحدات هي : الفاراد و نرمز إليه ب: F.

II - تجميع المكثفات :

التركيب على التوازي:

سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوازي:

$$c = \sum c_i$$

التركيب على التوالي:

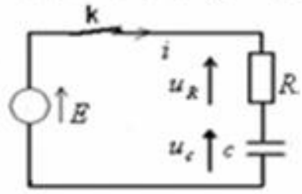
سعة المكثف المكافئ لعدة مكثفات مركبة على التوالي:

$$\frac{1}{c} = \sum \frac{1}{c_i}$$

II- شحن المكثف:

1) المعادلة التفاضلية:

تركيب على التوالي موصلا اوميا مقاومته R ومكثفا سعته c .



نغلق قاطع التيار k عند لحظة t

نعتبرها أصلا للتواريخ .

بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $\boxed{u_R + u_c = E}$ (1)

حسب قانون أوم : $u_R = Ri$ ولدينا : $i = \frac{dq}{dt}$

ونعلم أن : $q = cu_c$ إذن :

$$u_R = Ri = R\frac{dq}{dt} = R\frac{d(cu_c)}{dt} = Rc\frac{du_c}{dt}$$

بالتعويض العلاقة (1) تصبح كما يلي :

$$Rc\frac{du_c}{dt} + u_c = E$$

وهي المعادلة التفاضلية للتوتر بين مربطي المكثف خلال الشحن.

المقدار $\tau = Rc$ يمثل ثابتة الزمن لثنائي القطب Rc

وبذلك تصبح المعادلة التفاضلية كما يلي : $\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = E$

2) حل المعادلة التفاضلية:

$\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = E$ (1) حلها $u_c(t) = Ae^{-mt} + B$ مع: $A \neq 0$

الثوابت A ، m و B تحدد بالتعويض وباستعمال الشروط البدئية.

$\frac{du_c}{dt} = -mAe^{-mt}$ بالتعويض في (1) $-\tau mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = E$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau m) = E - B$ (2) لكي تتحقق يجب أن يكون $1 - \tau m = 0$

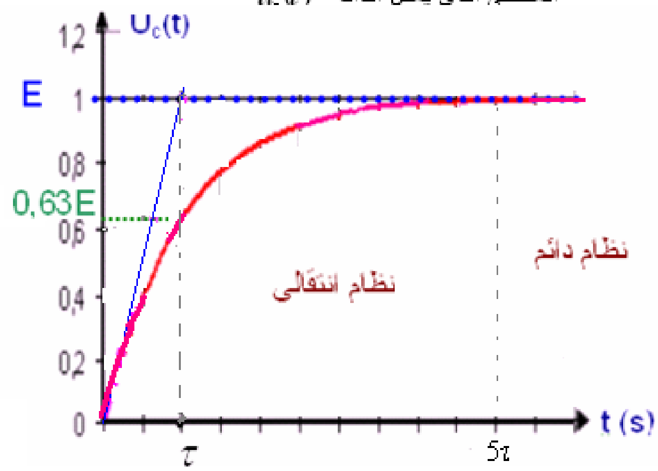
إذن: $\boxed{m = \frac{1}{\tau}}$ و $\boxed{B = E}$ الحل إذن: $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E$ (3)

لتحديد A نعتبر الشروط البدئية وهي : عند $t = o$ ، $u_c = 0$

وبالتعويض في (3) نحصل على: $A = -E$

وبذلك $u_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ مع $\tau = RC$

المنحنى الذي يمثل الدالة $u_c(t)$



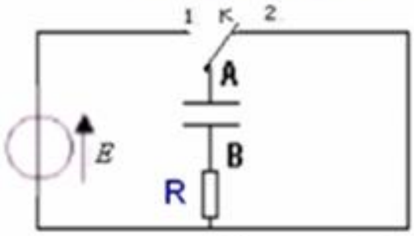
3) تحديد وحدة ثابتة الزمن باستعمال معادلة الأبعاد التالية :

لدينا : $\tau = R.C$

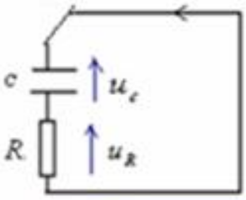
III- تفريغ المكثف:

1) المعادلة التفاضلية:

عندما يصبح المكثف مشحونا نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فيفرغ المكثف.



بتطبيق قانون إضافية التوترات :



$$Ri + u_C = 0$$

ولدينا : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$

العلاقة تصبح $RC\frac{du_c}{dt} + u_c = o$

بما أن : $\tau = RC$ العلاقة تصبح : $\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف خلال التفريغ.

2) حل المعادلة التفاضلية:

$\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ (1) حلها $u_c(t) = Ae^{-mt} + B$ مع: $A \neq 0$

الثوابت A ، m و B تحدد بالتعويض وباستعمال الشروط البدئية.

$\frac{du_c}{dt} = -mAe^{-mt}$ بالتعويض في (1) $-\tau mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = 0$

أي $Ae^{-mt}(1-\tau m) - B = 0$ (2) لكي تتحقق يجب أن يكون $1 - \tau m = 0$

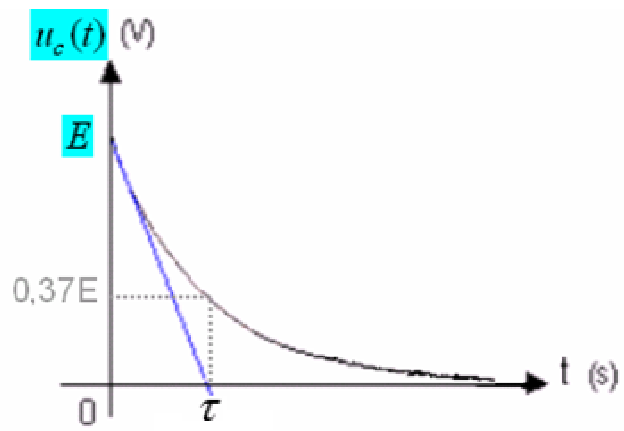
إذن: $\boxed{m = \frac{1}{\tau}}$ و $\boxed{B = 0}$ الحل إذن: $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ (3)

لتحديد A نعتبر الشروط البدئية وهي : عند $t = o$ $u_c = E$

وبالتعويض في (3) نحصل على: $A = E$

وبذلك $u_c(t) = E\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau = RC$

المنحنى الذي يمثل الدالة $u_c(t)$



نعلم أن: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c.U \end{cases} \Longleftarrow I.t = C.U \Longleftarrow C = \frac{I.t}{U}$ ومنه $[C] = [I][t].[U]^{-1}$

ومن جهة أخرى: $U = R.I \Longleftarrow R = \frac{U}{I}$ ومنه $[R] = [U][I]^{-1}$

إذن : $[\tau] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} = [t]$ $\Longleftarrow$ وحدة τ هي s.

4) طريقة تحديد قيمة ثابتة الزمن τ

الطريقة الأولى: نعطي للمتغيرة t في العلاقة $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ القيمة $t = \tau$.

فنحصل على خلال الشحن قيمة التوتر بين مربطي المكثف الموافق ل: $t = \tau$ فهو : $u_c = E(1-e^{-1}) \approx 0{,}63E$.

الطريقة الثانية: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ فهو يتقاطع مع المقارب $u_c = E$ $t = \tau$ عند اللحظة.

5) تعبير شدة تيار الشحن في الدارة RC:

لدينا من خلال دارة الشحن السابقة : $u_R + u_c = E$ إذن: $u_R = E - u_c$ مع $u_R = Ri$

أي: $Ri = E - E(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه : $\boxed{i = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

ملحوظة : يمكن التوصل إلى المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q.

من خلال علاقة تجميع التوترات : $u_R + u_c = E$ أي : $Ri + \frac{q}{C} = E$ أي : $R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$ ومنه : $\boxed{R.C\frac{dq}{dt} + q = CE}$

كما يمكن التوصل إلى المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار : بالاشتقاق العلاقة السابقة تصبح : $\boxed{R.C\frac{di}{dt} + i = 0}$

لتحديد قيمة τ نستعمل طريقة المماس عند $t = o$ أو قيمة التوتر خلال التفريغ عند اللحظة $t = \tau$ الذي يأخذ القيمة $\tau = 0{,}37E$.

كلما كانت τ صغيرة كلما كانت مدة التفريغ أسرع .

3) تعبير شدة تيار التفريغ في الدارة RC:

لدينا من خلال دارة التفريغ السابقة : $u_R + u_c = 0$ إذن: $u_R = -u_c$ مع $u_R = Ri$

أي: $Ri = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ و منه : $\boxed{i = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

IV - الطاقة المخزونة في المكثف:

الطاقة المخزونة في مكثف سعته C والتوتر بين مربطيه u_C تعطيها العلاقة التالية:

$$\xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\,2}$$

الطاقة ξ بالجول: J.

السعة C بالفاراد F.

التوتر بالفولط V.

من خلال علاقة تعريف سعة المكثف هناك علاقتين تمكنان كذلك من تحديد الطاقة المخزونة في المكثف:

$$q = C.u_C \Rightarrow C = \frac{q}{u_C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\,2} = \frac{1}{2}.\frac{q}{u_C}.u_C^{\,2} = \frac{1}{2}q.u_C$$

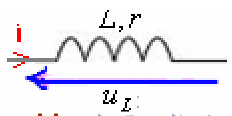
$$q = C.u_C \Rightarrow u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2}C.u_C^{\,2} = \frac{1}{2}.C(\frac{q}{C})^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}$$

ثنائي القطب RL

I دور الوشيعة في دارة كهربائية

1) تعريف:

تمثل الوشيعة ذات المقاومة r ، في دارة كهربائية كما يلي: 



في اصطلاح المستقبل ، التوتر بين مربطي الوشيعة وشدة التيار الكهربائي الذي يعبرها لهما منحيان متعاكسان.

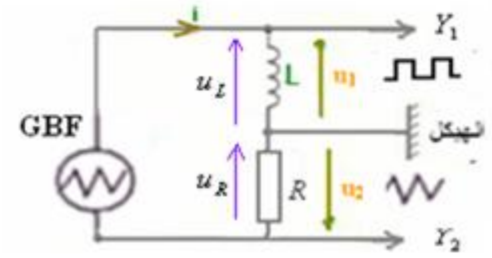
وتتميز الوشيعة بمعامل تحرضها الذاتي L الذي يعبر عنه في النظام العالمي للوحدات بالهينري : Henry الرمز المستعمل : H.

2) التوتر بين مربطي الوشيعة :

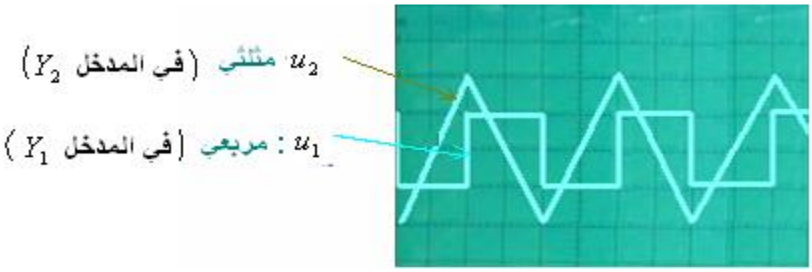
في التيار المتغير $\boxed{u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}}$

وفي التيار الكهربائي المستمر تكون شدة التيار I ثابتة و : $\frac{di}{dt} = 0$: $\boxed{u_L = r.I}$ تتصرف الوشيعة كموصل أومي.

3)التحديد التجريبي لمعامل تحريض الوشيعة:



تستعمل مولدا للترددات المنخفضة GBF وننجز التركيب التالي :
الوشيعة المستعملة في هذا التركيب ذات مقاومة مهملة .
الموصل الأومي مقاومته $R = 20k\Omega$
نعاين على شاشة راسم التذبذب التوترين u_1 و u_2 على التوالي في المدخلين Y_1 و Y_2



من خلال التركيب يتضح أن التوتر u_1 المعاين على شاشة راسم التذبذب في المدخل Y_1: $u_1 = u_L = L.\frac{di}{dt}$ (1) لأن : $r = 0$

والتوتر u_1 المعاين على شاشة راسم التذبذب في المدخل Y_2 : $u_2 = -u_R = -Ri$: إذن $i = -\frac{u_2}{R}$ ومنه : $\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_2}{dt}$

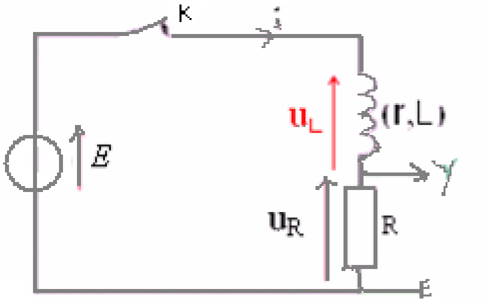
بالتعويض في العلاقة (1) نجد : $u_1 = -\frac{L}{R}.\frac{du_2}{dt} \Leftarrow L = \frac{-u_1 \times R}{\frac{du_2}{dt}}$ في المجال $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ نجد قيمة $\frac{du_2}{dt}$ من خلال المعامل الموجه للتوتر المثلثي

وقيمة u_1 من خلال التوتر المربعي ثم نحسب قيمة L .

II إقامة التيار الكهربائي في الدارة:

1)المعادلة التفاضلية:

نركب على التوالي موصلا أوميا مقاومته R ووشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ، ونخضعه لرتبة صاعدة للتوتر، بإغلاق قاطع التيار عند t=0.



بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : $u_b + u_r = E$

$u_R = Ri$ و : $u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$ علاقة التوترات تصبح :

نعمل بشدة التيار : $Ri + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$: $(R + r.)i + L.\frac{di}{dt} = E$

ونضع : $R_T = r + R$ $\Leftarrow$ $R_T.i + L.\frac{di}{dt} = E$ التي تصبح بعد

قسمة الكل على R_T $\frac{L}{R_T}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$ نضع : $\boxed{\tau = \frac{L}{R_T}}$ ثابتة الزمن لثنائي القطب RL

وبذلك المعادلة التفاضلية $\boxed{\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}}$ وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي في الدارة.

2)حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية: $\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t}$ (1) عبارة عن دالة أسية تكتب على النحو التالي: $i_{(t)} = Ae^{-mt} + B$ مع $A \neq 0$

الثوابت A ، m و B يتم تحديدها بالتعويض في المعادلة التفاضلية وباستعمال الشروط البدئية.

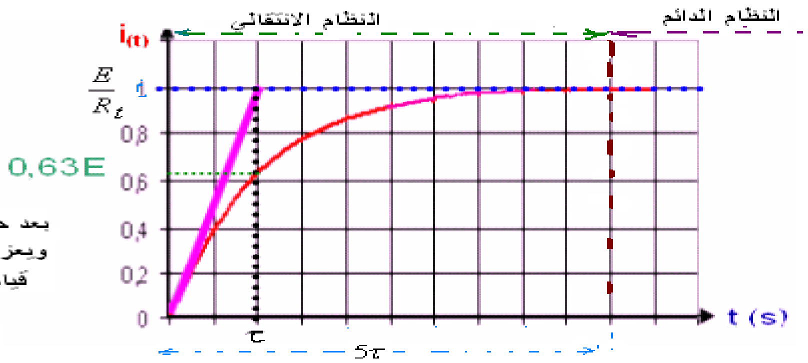
إذن: $\frac{di}{dt} = -mAe^{-mt}$ نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح : $-\tau.mAe^{-mt} + Ae^{-mt} + B = \frac{E}{R_t}$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau m) = \frac{E}{R_t} - B$ (2) لكي تتحقق هذه المعادلة يجب أن يكون معامل: $e^{-m.t}$ منعدما أي $1 - \tau.m = 0$ لأن $A \neq 0$

إذن: $m = \frac{1}{\tau}$ وبذلك (2) تصبح $B = \frac{E}{R_t}$. والحل (1) أصبح كما يلي: $i_{(t)} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$ (3)

لتحديد الثابتة A نعتبر الشروط البدئية : عند اللحظة $t = o$ لدينا $i = 0$ وبالتعويض في (3) نحصل على: $0 = Ae^{0} + \frac{E}{R}$ ومنه :

$A = -\frac{E}{R_t}$ و الحل النهائي يكتب كما يلي: $i_{(t)} = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ مع $\tau = \frac{L}{R_t}$ و: $R_t = r + R$



بعد حوالي 5τ يتحقق النظام الدائم في الدارة.
ويعزى ذلك إلى وجود الوشيعة التي تقاوم
قيام التيار الكهربائي في الدارة لحظة إغلاقها.

يمثل هذا المنحنى التأخر الزمني الذي يحدث عند إقامة التيار في دارة تضم وشيعة .

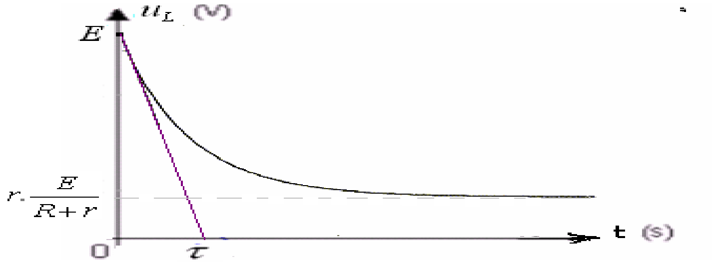
تزداد مدة إقامة التيار في الدارة بتزايد معامل تحريض الوشيعة أو تناقص مقاومة الدارة أي بتزايد τ .

3)التوتر بين مربطي الوشيعة:

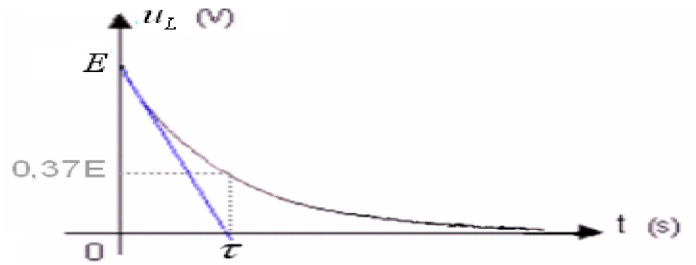
حسب قانون إضافية التوترات في الدارة السابقة لدينا: $u_R + u_L = E$

$$u_L = E - u_R = E - R.i = E - R.\frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

عند اللحظة $t = 0$ ، $u_L = E$ وفي النظام الدائم عندما تؤول t إلى $+\infty$: $u_L = E - R\frac{E}{R+r} = r.\frac{E}{R+r} = r.I$ تتصرف كموصل أومي



ملحوظة : إذا كانت مقاومة الوشيعة r مهملة ، تصبح مقاومة الدارة $R_t = R$ وبالتالي : $u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ مع: $\tau = \frac{L}{R}$



4)استعمال التحليل البعدي لتحديد وحدة τ

$u_L = L\frac{di}{dt}$ $\Leftarrow$ $[U] = [L]\frac{[I]}{[t]}$ $\Leftarrow$ $[L] = \frac{[U][t]}{[I]}$

و : $u_R = Ri$ $\Leftarrow$ $[U] = [R][I]$ $\Leftarrow$ $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

وبما أن ثابتة الزمن : $\tau = \frac{L}{R}$ $\Leftarrow$ $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = [U].[t].[I]^{-1} \times [U]^{-1}.[I] = [t]$

إذن ثابتة الزمن τ لها بعد زمني وحدتها الثانية s .

5) تحديد ثابتة الزمن :

الطريقة الأولى: نعطي للمتغيرة t - في العلاقة : $u(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ القيمة $t = \tau$.

فنحصل على قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة الموافق ل: $t = \tau$ فهو : $u_c = Ee^{-1} \approx 037E$.

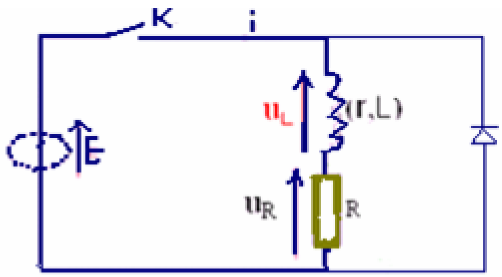
- أو في العلاقة : $i_{(t)} = I_O(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

فنحصل على قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يعبر الدارة الموافق ل: $t = \tau$ فهو: $i = I_O(1 - e^{-1}) = 0,63 I_O$

الطريقة الثانية: برسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ فهو يتقاطع مع المقارب $u_L = \frac{E}{R_t}$ في اللحظة $t = \tau$ (انظر الشكل) .

III - انقطاع التيار الكهربائي في الدارة :

عند فتح قاطع التيار الكهربائي K يتغير التوتر بين مربطي ثنائي القطب RL فجأة من القيمة E إلى صفر، (نقول أنه خضع إلى رتبة توتر نازلة).



نضيف إلى دارة التفريغ صماما ثنائيا مركبا في المنحى المعاكس بين مربطي الوشيعة لتفادي حدوث ظاهرة فرط التوتر التي تحدث شرارات بين مربطي الوشيعة وقد تؤدي على إتلاف بعض أجهزة الدارة.

عند فتح قاطع التيار، بتطبيق قانون التوترات نجد : $u_L + u_R = 0$

أي: $(L\frac{di}{dt}+ri)+Ri=0 \Leftarrow L\frac{di}{dt}+(r+R)i=0$

$\frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt}+i=0$ التي يمكن كتابتها كما يلي: $\tau\frac{di}{dt}+i=0$ مع: $\tau=\frac{L}{R+r}$

حل هذه المعادلة يكتب كما يلي: $i=Ae^{-mt}+B$

إذن: $\frac{di}{dt}=-mAe^{-mt}$ بالتعويض تصبح المعادلة التفاضلية: $-\tau.mAe^{-mt}+Ae^{-mt}+B=0$

أي: $Ae^{-mt}(1-\tau.m)=-B \Leftarrow \begin{cases}1-\tau.m=0\\ B=0\end{cases} \Leftarrow m=\frac{1}{\tau}$ إذن: $i=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

وباعتبار الشروط البدئية ، عند اللحظة $t=o$ ⇐كان النظام الدائم متحققا $i=\frac{E}{R+r} \Leftarrow \frac{E}{R+r}=Ae^{0} \Leftarrow A=\frac{E}{R+r}$ ومنه: $i=\frac{E}{R_t}e^{-\frac{t}{\tau}}$

VI) الطاقة المغنطيسية للوشيعة:

تتناسب الطاقة المخزونة في وشيعة مع معامل تحريضها L ، ومع مربع شدة التيار الكهربائي الذي يعبرها :

$\xi_m=\frac{1}{2}L.i^2$ ξ_m: بالجول (J) L بالهينري (H) وشدة التيار i بالأمبير (A).

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

I) التذبذبات الحرة في دارة RLC على التوالي:

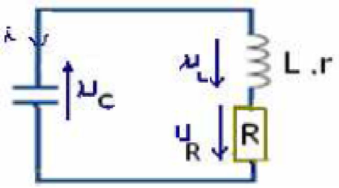
1) تعريف:

الدارة RLC على التوالي هي دارة تتكون من موصل أومي مقاومته R ومكثف سعته C ووشيعة مقاومتها r ومعامل تحريضها L.

تكون التذبذبات حرة في دارة RLC عندما لا يتوفر فيها أي مصدر للطاقة ماعدا الطاقة المخزونة في المكثف المشحون بدئيا : حيث يتفرغ المكثف في الوشيعة.(أي أن الدارة لا تشتمل على أي مولد للتيار الكهربائي).

2) المعادلة التفاضلية لدارة RLC:

نعتبر التركيب التالي:



حسب قانون إضافية التوترات: $u_C+u_R+u_L=0$

مع $\begin{cases}u_R=R.i\\ i=\frac{dq}{dt}=c\frac{du_c}{dt}\end{cases} \Leftarrow u_R=R.c\frac{du_c}{dt}$ و: $u_L=r.i+L\frac{di}{dt}$

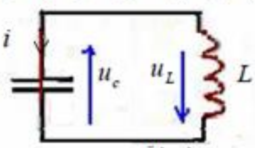
إذن: $u_c+(R+r)c\frac{du_c}{dt}+Lc\frac{d^2u_c}{dt^2}=0 \Leftarrow Lc\frac{d^2u_c}{dt^2}+R_t.c\frac{du_c}{dt}+u_c=0$

ونحصل على المعادلة التفاضلية لدارة متوالية RLC : $\frac{d^2u_c}{dt^2}+\frac{R_t}{L}.\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{LC}.u_c=0$ المقدار: $\frac{R_t}{L}.\frac{du_c}{dt}$ ناتج عن ظاهرة الخمود (بانعدامه يزول الخمود).

II) التذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC.

1) دراسة الدارة المثالية LC

أ) التركيب : نعتبر التركيب التالي المكون من مكثف سعته C ، ووشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها منعدمة.هذه دارة مثالية لأنه كيفما كانت الوشيعة فإن مقاومتها غير مهملة وبالتالي فهذا تركيب مثالي يصعب تحقيقه تجريبيا.



ب) المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات نجد: (1) $u_c+u_L=0$ مع: $\begin{cases}u_L=L\frac{di}{dt}\\ i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(cu_c)}{dt}=c\frac{du_c}{dt}\end{cases}$ إذن: $u_L=L.c.\frac{d^2u_c}{dt^2}$

(1) تصبح كما يلي: $\frac{d^2u_c}{dt^2}+\frac{1}{L.c}.u_c=0$ (2) وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c بين مربطي المكثف.

ملحوظة: بتعويض u_c ب: $\frac{q}{c}$ ، العلاقة (1) $u_L+u_c=0$ تصبح: $L\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{c}=0$ أي: $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.c}.q=0$

وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة الكهربائية q.

ج) حل المعادلة التفاضلية:

حل المعادلة التفاضلية: $\frac{d^2u_c}{dt^2}+\frac{1}{L.c}u_c=0$ (a) ، عبارة عن دالة جيبية يكتب كما يلي :

$u_c(t)=U_m\cos(\omega_o t+\varphi)$ مع : $\omega_o=\frac{2\pi}{T_O}$ النبض الخاص.

ω_O : النبض الخاص للدارة المتذبذبة LC ، وحدته rad/s.

U_m : وسع التذبذبات وهي القيمة القصوية للتوتر $u_{c(t)}$.

$(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$: طور التوتر عند اللحظة ذات التاريخ t.

φ : الطور عند أصل التواريخ.(بالراديان rad).

T_O: الدور الخاص للتذبذبات.

الثابتتين U_m و φ تحددان باستعمال الشروط البدئية للتوتر u_c وشدة التيار الكهربائي i.

2) تحديد تعبير الدور الخاص:

لدينا: $u_c(t)=U_m.\cos(\omega_o.t+\varphi)$

إذن : $\frac{du_c}{dt}=-U_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t+\varphi).$ $\Leftarrow$ $\frac{d^2u_c}{dt^2}=-U_m.\omega_o^2.\cos(\omega_o.t+\varphi).=-\omega_o^2\times u_c(t)$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية (a) نجد : $-\omega_o^2.u_c+\frac{1}{L.C}.u_c=0$ $\Leftarrow$ $\omega_o^2=\frac{1}{L.C}$ النبض الخاص $\omega_o=\frac{1}{\sqrt{L.C}}$

ولدينا: $T_O=\frac{2\pi}{\omega_O}$ إذن : $T_O=2\pi\sqrt{LC}$

لنستعمل معادلة الأبعاد لكي نتأكد من كون وحدة الدور في العلاقة السابقة هي الثانية.

$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(cu_c)}{dt}=c.\frac{du_c}{dt}$ $\Leftarrow$ $c=\frac{i}{\frac{du_c}{dt}}$ $\Leftarrow$ $[c]=[i][u]^{-1}[t]$

ولدينا: $u_L=L\frac{di}{dt}$ $\Leftarrow$ $L=\frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$ $\Leftarrow$ $[L]=[u][i]^{-1}[t]$

$\Leftarrow$ $[L][c]=\frac{[u][t]}{[i]}\times\frac{[i][t]}{[u]}=[t]^2$

$[To]=\{[L]\times[C]\}^{\frac{1}{2}}=\{[t]^2\}^{\frac{1}{2}}=[t]$

إذن وحدة T_O هي: وحدة الزمن ، أي الثانية (s)

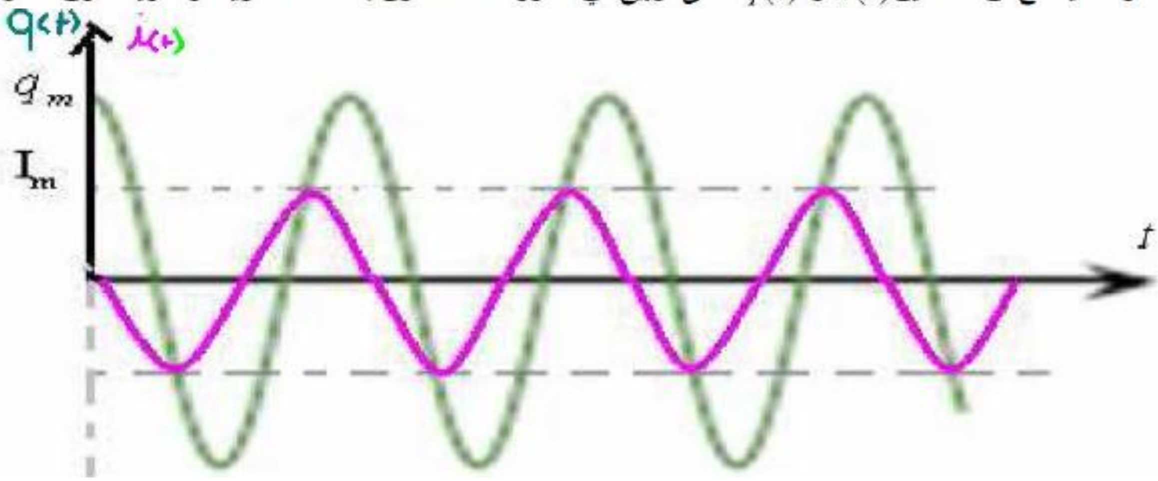
3) تعبير الشحنة q وشدة التيار $i(t)$.

* شحنة المكثف: $q(t)=c\times u(t)=c.U_m\cos(\omega_O.t+\varphi)=q_m\cos(\omega_O.t+\varphi)$ مع: $q_m=c.U_m$

* شدة التيار الكهربائي: $i(t)=\frac{dq}{dt}=-q_m.\omega_o\sin(\omega_O t+\varphi)=-I_m\sin(\omega_O t+\varphi)=I_m.\cos(\omega_o t+\varphi+\frac{\pi}{2})$ مع: $I_m=q_m\omega_O$

في حالة : $\varphi=0$: $q(t)=q_m\cos\frac{2\pi}{T_o}t$ و $i(t)=I_m.\cos(\frac{2\pi}{T_o}t+\frac{\pi}{2})$

ومنه يتضح أن الدالتين $u(t)$ و $q(t)$ على تربيع في الطور عندما تكون إحداهما قصوية أو دنوية تكون الأخرى منعدمة .



III) انتقال الطاقة بين المكثف والوشيعة:

1) تعبير الطاقة الكلية للدارة المثالية LC.

الطاقة الكلية المخزونة في الدارة المثالية LC تساوي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف ξ_e والطاقة المغناطيسية ξ_m المخزونة في الوشيعة

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{c} + \frac{1}{2}Li^2$$

وبما أن : $\begin{cases} q = q_m.\cos(\omega_o.t+\varphi) \\ i = \dfrac{dq}{dt} = -q_m.\omega_o.\sin(\omega_o.t+\varphi) \end{cases}$

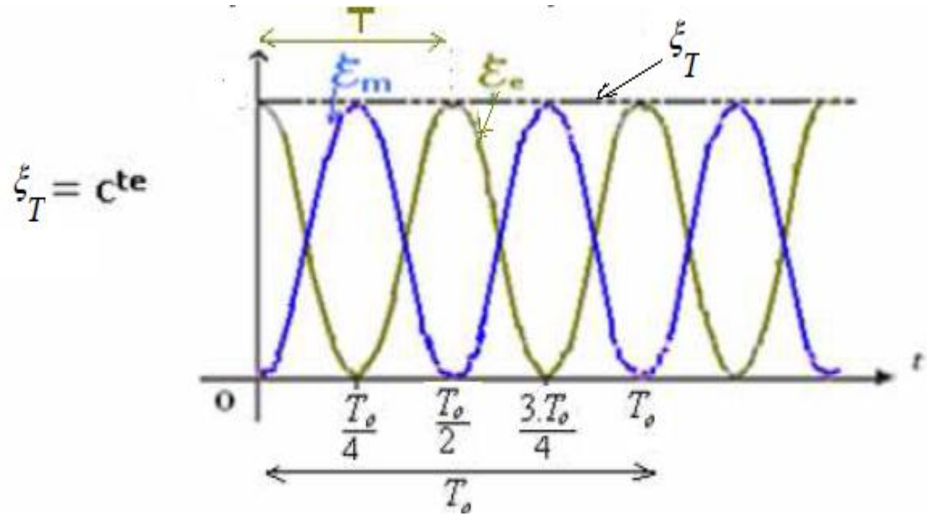
إذن : وتعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف يكتب كما يلي :

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2C}.q_m^2.\cos^2(\omega_o.t+\varphi) + \frac{1}{2}.L.q_m^2.\omega_o^2\sin^2(\omega_o.t+\varphi)$$

$$= \frac{1}{2C}q_m^2.\cos^2(\omega_o.t+\varphi) + \frac{1}{2}.L.q_m^2.\frac{1}{LC}.\sin^2(\omega_o.t+\varphi) = \frac{1}{2}\times\frac{q_m^2}{C}$$

$I_m = q_m.\omega_o \Leftarrow q_m^2 = \dfrac{I_m^2}{\omega_o^2}$ مع : $\omega_o^2 = \dfrac{1}{L.C} \Leftarrow q_m^2 = I_m^2.L.C$ و السابقة $\xi_T = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{q_m^2}{C} = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{I_m^2.L.C}{C} = \dfrac{1}{2}.L.I_m^2$

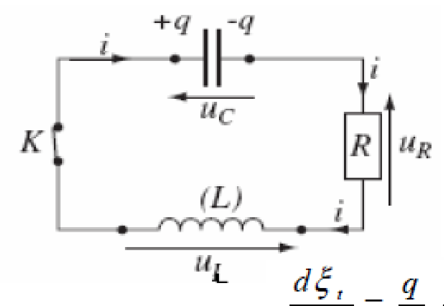
الطاقة الكلية لدارة مثالية LC : $\xi_T = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{q_m^2}{C} = \dfrac{1}{2}.L.I_m^2$ الطاقة الكلية للدارة المثالية LC ثابتة.



في دارة مثالية LC دور التبادل الطاقي بين المكثف والوشيعة يساوي نصف الدور الخاص للتذبذبات $T = \dfrac{T_o}{2}$.

2) طاقة الدارة المتوالية RLC .

يمكن التعبير عن طاقة الدارةالمتوالية RLC في لحظة معينة كما يلي : $\xi_t = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{c} + \dfrac{1}{2}Li^2$



لدينا حسب قانون إضافية التوترات : $u_L + u_R + u_c = 0$

أي : $L\dfrac{di}{dt} + Ri + \dfrac{q}{c} = 0 \Leftarrow$ $\quad (1) \quad L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{q}{c} = -Ri$

من خلال تعبير الطاقة الكلية للدارة : $\xi_t = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{c} + \dfrac{1}{2}Li^2$

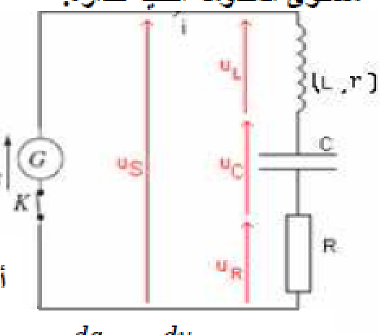
إذن: $\dfrac{d\xi_t}{dt} = \dfrac{q}{c}.\dfrac{dq}{dt} + Li\dfrac{di}{dt} = i.\left[\dfrac{q}{c} + L\dfrac{di}{dt}\right]$

باعتبار العلاقة (1) $\dfrac{d\xi_t}{dt} = -R.i^2 \Leftarrow \dfrac{d\xi_t}{dt} < 0$ إذن الطاقة تناقصية ويعزى ذلك إلى وجود المقاومة.

تتناقص الطاقة الكلية للدارة تدريجيا بسبب مفعول جول.

IV) صيانة التذبذبات:

يمكن صيانة التذبذبات في دارة متوالية RLC، ويتم ذلك باستعمال مولد G يزود الدارة بطاقة تعوض الطاقة المبذدة بمفعول جول على مستوى المقاومة الكلية للدارة.



المولدG يزود الدارة بتوتر يتناسب اطرادا مع شدة التيار الكهربائي

الذي يعبر الدارة. $u_g = R_o.i$ (مع $R_o = R + r$)

وهو يتصرف كمقاومة سالبة.

بتطبيق قانون إضافية التوترات : $u_g = u_R + u_c + u_L$

أي: $(R+r)i = R.i + u_c + r.i + L\dfrac{di}{dt}$ $\Leftarrow$ $L\dfrac{di}{dt} + u_c = 0$ (١)

وبما أن: $i = \dfrac{dq}{dt} = c\dfrac{du_c}{dt}$ فإن: $\dfrac{di}{dt} = c\dfrac{d^2u_c}{dt^2}$ إذن (١) تصبح: $Lc\dfrac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$ وهي المعادلة التفاضلية للدارة المثالية وبذلك تصبح التذبذبات مصانة.

La mécanique الميكانيك

I متجهة السرعة ومتجهة التسارع:

1) متجهة السرعة:

متجهة السرعة اللحظية لمركز قصور جسم صلب تساوي مشتقة متجهة الموضع $\overline{OG}$ بالنسبة للزمن: $\vec{v}_G = \dfrac{d\overline{OG}}{dt}$

لدينا: $\overline{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ إذن: $\vec{v}_G = \dfrac{d\overline{OG}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k}$

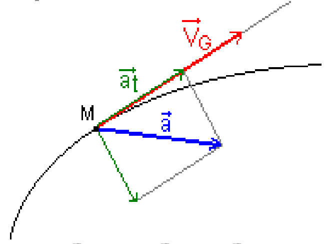
2)متجهة التسارع:

متجهة التسارع $\vec{a}$ لمركز قصور جسم صلب تساوي مشتقة متجهة السرعة بالنسبة للزمن $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt}$. ووحدة قياس التسارع في النظام العالمي للوحدات هي : m/s^2.

$\vec{a}_G = \dfrac{d\overline{v_G}}{dt} = \dfrac{dv_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dv_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dv_z}{dt}\vec{k}$ أي: $\vec{a} = \ddot{x}.\vec{i} + \ddot{y}.\vec{j} + \ddot{z}.\vec{k}$

ملحوظة: إحداثيات متجهة التسارع في معلم فريني:

معلم فريني $(M, \vec{u}, \vec{n})$ معلم متعامد ممنظم ينطبق أصله مع موضع النقطة المتحركة ، ومتجهته الواحدية $\vec{u}$ ممماسة للمسار وموجهة في منحى الحركة، ومتجهته الواحدية $\vec{n}$ متعامدة مع $\vec{u}$ وموجهة نحو تقعر المسار، أي منظمية .



نعبر عن متجهة التسارع في معلم فريني بالنسبة لحركة مستوية كما يلي : $\vec{a}_G = a_t\ \vec{u} + a_n.\vec{n}$

$\vec{a}_t$: متجهة التسارع المماسي : منظمها: $a_t = \dfrac{dv}{dt}$

$\vec{a}_n$: متجهة التسارع النظمي: منظمها: $a_n = \dfrac{v^2}{\rho}$ ، ρ : شعاع انحناء المسار في النقطة M.

II قوانين نيوتن:

1) **القانون الأول لنيوتن:** (مبدأ القصور).

في معلم غاليلي ، إذا كان مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب منعدم ، فإن متجهة سرعة مركز قصوره تكون ثابتة:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v}_G = C^{te}$$

2) **القانون الثاني لنيوتن:**

في معلم غاليلي، مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم صلب يساوي ، في كل لحظة، جداء كتلة الجسم ومتجهة تسارع مركز قصوره .

$$\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$$

3) **القانون الثالث لنيوتن:** (مبدأ التأثيرات المتبادلة)

عندما يتم تأثير متبادل بين جسمين A وB ، فإن القوة $\vec{F}_{A/B}$ التي يطبقها الجسم A على الجسم B. و القوة $\vec{F}_{B/A}$ التي يطبقها الجسم B على الجسم A، تحققان دائما العلاقة المتجهية : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ وذلك كيفما كانت حالة الحركة أو السكون للجسمين

III الحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام:

1) الحركة المستقيمية المنتظمة:

تتميز الحركة المستقيمية المنتظمة بمسار مستقيمي وسرعة ثابتة.

المعلم المناسب لدراسة هذه الحركة هو عبارة محور موجه $(o,\vec{i})$ منطبق مع المسار ⇐متجهة الموضع $\overline{OG} = x.\vec{i}$

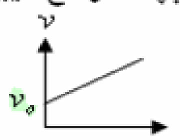
$x = v.t + x_o$ المعادلة الزمنية للحركة المستقيمية المنتظمة.

2) الحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام:

تتميز الحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام بمسار مستقيمي وتسارع ثابت.

المعلم المناسب لدراسة هذه الحركة هو عبارة محور موجه $(o,\vec{i})$ منطبق مع المسار. ⇐متجهة الموضع $\overline{OG} = x.\vec{i}$

$a = \dfrac{dv}{dt} \Leftarrow v = at + v_o$ و هي دالة لسرعة للحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام.



أي $v = f(t)$ عبارة عن مستقيم معامله الموجه : $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ يساوي التسارع.

وبما أن: $\dfrac{dx}{dt} = v$ أي : $\dfrac{dx}{dt} = at + v_o$ فإن: $x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_o.t + x_o$ وهي المعادلة الزمنية للحركةالمستقيمية المتغيرة بانتظام.

ملحوظة : بإزالة المتغيرة t بين x و v نحصل على العلاقة المستقلة عن الزمن : $v^2 - v_o^2 = 2.a(x - x_o)$

IV تطبيقات:

المراحل المتبعة لتطبيق القانون الثاني لنيوتن هي كما يلي:

المرحلة الأولى: تحديد المجموعة المدروسة.

المرحلة الثانية: جرد القوى وتمثيلها على الشكل.

المرحلة الثالثة: كتابة العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن بالنسبة للمجموعة المدروسة (وهي علاقة متجهية).

المرحلة الرابعة: اختيار معلم مناسب.

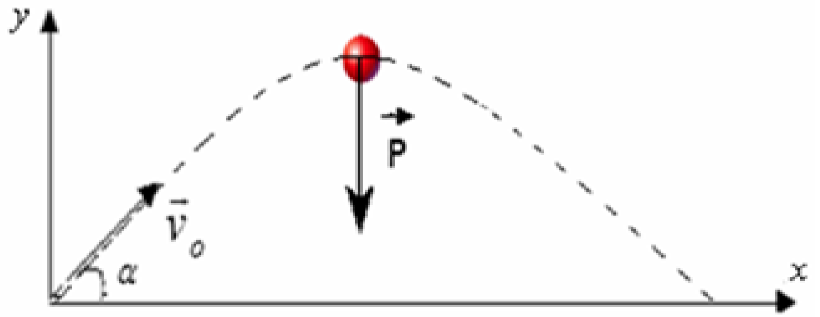
المرحلة الخامسة: إسقاط العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن في هذا المعلم.

3) دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة:

أ – وصف التجربة:

تنطلق قذيفة كتلتها m من نقطة o في اللحظة $t = o$ بسرعة بدئية متجهتها $\vec{v}_o$ تكون مع المحور الأفقي زاوية α

$$\vec{v}_o \begin{cases} v_{ox} = v_o \cos\alpha \\ v_{oy} = v_o \cos\alpha \end{cases}$$



ب) تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

* المجموعة المدروسة { القذيفة } .
* اختيار المعلم المناسب :
نعتبر معلما ممنظما ومتعامدا $(o,\vec{i},\vec{j})$ مرتبطا بالمختبر ، نعتبره غاليليا (لأن مدة حركة القذيفة قصيرة).
* جرد القوى : الكرية تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط. (تأثير الهواء مهمل أمام تأثير وزن الكرية).
* تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ex} = m\vec{a}_G \Leftarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G \quad (1)$$

* اسقاط العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن في المعلم (o,x,y)

– إسقاط العلاقة (1) على المحور ox: $0 = m.a_x \Leftarrow$ $a_x = 0$

– إسقاط العلاقة (1) على المحور oy: $-P = m.a_y \Leftarrow -m.g = m.a_y \Leftarrow a_y = -g$

ج) المعادلات الزمنية للحركة:

حسب المحور ox : $a_x = 0$ أي: $\frac{dv_x}{dt} = 0 \Leftarrow v_x = C^{te}$ ، عند اللحظة $t=0$ لدينا : $v_x = v_o \cos\alpha$

وبما أن : $v_x = \frac{dx}{dt} = v_o \cos\alpha$ $\Leftarrow$ $x = (v_o \cos\alpha).t + C^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية، عند $t=o$: $x=o \Leftarrow C^{te} = o$ ومنه : $\boxed{x = (v_o \cos\alpha).t}$

وهي المعادلة الزمنية للحركة حسب المحور ox.

حسب المحور oy : $a_y = -g \Leftarrow \frac{dv_y}{dt} = -g \Leftarrow v_y = -gt + C^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية ، عند اللحظة $t=0$ لدينا : $v_{0y} = v_o \sin\alpha \Leftarrow C^{te} = v_o \sin\alpha$

وبالتالي : $v_y = -g.t + v_o \sin\alpha$ وبما أن $v_y = \frac{dy}{dt}$ فإن: $\frac{dy}{dt} = -gt + v_o \sin\alpha$

$y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o.\sin\alpha).t + C^{te}$ ومن خلال الشروط البدئية ، لدينا $y=o$ اللحظة $t=o$ عند $C^{te}=0 \Leftarrow$

ونحصل على المعادلة الزمنية لحركة القذيفة (حسب المحور oy) : $\boxed{y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o.\sin\alpha).t}$

وبذلك نحصل على إحداثيي مركز قصور القذيفة في المعلم (o,x,y) :

$$\overrightarrow{OG} = \begin{cases} x = (v_o \cos\alpha).t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o \sin\alpha)t \end{cases}$$ وإحداثيتي متجهة السرعة: $$\vec{v}_G = \begin{cases} v_x = v_o \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_o \sin\alpha \end{cases}$$

حسب المحور ox حركة القذيفة مستقيمية منتظمة. وحسب المحور oy حركتها متغيرة بانتظام.

د) معادلة المسار:

نحصل على معادلة مسار القذيفة بإقصاء المتغيرة t بين x و y .

من خلال x نستخرج : $t = \frac{x}{v_o \cos\alpha}$ ثم نعوض في y فنحصل على :

$$y = -\frac{g}{2v_o^2 \cos^2\alpha}.x^2 + x.tg\alpha$$ وهي معادلة جزء من شلجم.

أكبر مدى يوافق: $\sin 2\alpha = 1$ $\Leftarrow$ $2\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\Leftarrow$ $\alpha = \frac{\pi}{4}$

التذبذبات الميكانيكية
Les oscillations mécaniques

I) المجموعات الميكانيكية المتذبذبة.

1) أمثلة لبعض المتذبذبات الميكانيكية.

نعطي بعض المجموعات الميكانيكية المتذبذبة :

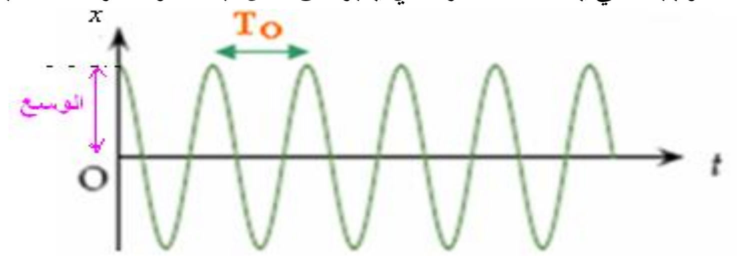
- النواس البسيط : يتكون من جسم صلب ، كتلته m، ومرتبط بخيط غير قابل للمد.
- النواس المرن : يتكون من جسم صلب كتلته m مرتبط بطرف نابض صلابته k .
- النواس الوازن: جسم صلب غير قابل للتشويه يمكنه إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت لا يمر بمركز قصوره.
- نواس اللي: يتكون من سلك فلزي قابل للالتواء، مثبت من طرفه العلوي، ويحمل في طرفه السفلي قضيبا متجانسا معلقا من مركز قصوره.

وبصفة عامة ، تعتبر المجموعة متذبذبا ميكانيكيا إذا كانت تنجز حركة تذبذبية (أي حركة ذهاب وإياب) حول موضع التوازن.

2) مميزات الحركة التذبذبية:

كل حركة تذبذبية تتميز بما يلي:

- موضع التوازن المستقر: هو الموضع الذي إذا زحزح عنه المتذبذب يعود إليه ليستقر فيه.
- الدور الخاص : هو مدة انجاز ذبذبة واحدة.(بينما التردد الخاص: عدد الذبذبات المنجزة في الثانية).
- الوسع : هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار الذي يعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر.



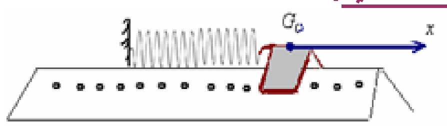
II - دراسة مجموعات ميكانيكية متذبذبة.

1) النواس المرن:

أ) الدراسة التحريكية:(للنواس المرن الأفقي)

نعتبر نواسا مرنا أفقيا مكونا من خيال كتلته m مثبت في طرف نابض ذي لفات غير متصلة وموضوع فوق نضد هوائي أفقي كما يبينه الشكل التالي:

• المعادلة التفاضلية:



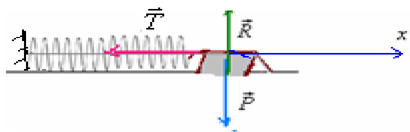
نزيح الخيال أفقيا عن موضع توازنه بمسافة x_m ثم نحرره.فتصبح له حركة تذبذبية غير مخمدة .

المجموعة المدروسة{الخيال} جرد القوى : الخيال خلال حركته يخضع للقوى التالية:

$\vec{P}$: وزنه .

$\vec{R}$: تأثير النضد الهوائي وهي عمودية على سطح التماس (الاحتكاكات مهملة) .

$\vec{T}$: القوة المقرونة بتوتر النابض $\vec{T} = -K.x\vec{i}$ قوة ارتداد (تسعى دائما إلى رد الجسم الصلب إلى موضع توازنه المستقر G_0)



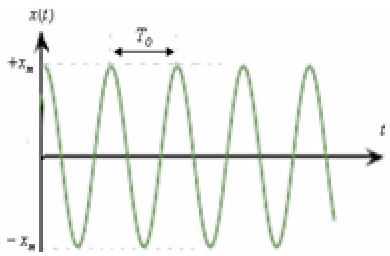
تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G \quad \Leftarrow \quad \vec{P}+\vec{R}+\vec{T} = m.\vec{a}_G$

الإسقاط على المحور ox : $0+0-Kx = m.a_x \quad \Leftarrow \quad -Kx = m.\dfrac{d^2x}{dt^2}$ أي : $m.\ddot{x}+Kx = 0$

ويمكن كتابتها كما يلي: $\ddot{x}+\dfrac{K}{m}x = 0$ وهي المعادلة التفاضلية للحركة. K: صلابة النابض m كتلة الجسم

• المعادلة الزمنية للحركة:

حل المعادلة التفاضلية : $\boxed{\ddot{x}+\dfrac{K}{m}x = 0}$ هو دالة جيبية تكتب كما يلي : $x(t) = x_m\cos(\omega_o t+\varphi)$



$x(t)$: الاستطالة وهي مقدار جبري ، $-x_m \le x(t) \le +x_m$ يعبر عنها ب (m) .

x_m : وسع الحركة وهي الاستطالة القصوية ب (m) .

$\omega_o t+\varphi$: طور الحركة التذبذبية عند اللحظة t . وحدته (rad)

φ : طور الحركة عند أصل التواريخ.ب (rad) .

ω_o : النبض الخاص ب: rad/s وهو مرتبط مع الدور الخاص T_0 بالعلاقة التالية : $T_o = \dfrac{2\pi}{\omega_o}$

ملحوظة: بما أن: $-1 \le \cos(\omega_o t+\varphi) \le +1$

فإن : $-x_m \le x_m\cos(\omega_o t+\varphi) \le +x_m$

أي : $-x_m \le x(t) \le +x_m$

• النبض الخاص والدور للنواس المرن:

بما أن : $x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \varphi)$ هو حل المعادلة التفاضلية $\ddot{x} + \frac{K}{m} x = 0$.

نبحث عن المشتقة الثانية ل: x ثم نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\dot{x}(t) = -\omega_o x_m \sin(\omega_o t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega_o^2 \underbrace{x_m \cos(\omega_o t + \varphi)}_{x(t)} = -\omega_0^2 . x(t)$$

نعوض في المعادلة التفاضلية التي تصبح كما يلي:

$-\omega_o^2 x + \frac{K}{m} x = 0 \Leftarrow$ النبض الخاص $\omega_o = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ولدينا $T_O = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ الدور الخاص $T_O = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

المظاهر الطاقية

الدراسة الطاقية للنواس المرن :

1) شغل القوة المقرونة بتوتر نابض:

بصفة عامة:

تعبير شغل القوة المقرونة بتوتر نابض خلال الانتقال من الموضع البدني الذي أفصوله x_A إلى الموضع النهائي الذي أفصوله x_B هو كما يلي:

$$W\vec{T}_{A->B} = \frac{1}{2}.K(x_A^2 - x_B^2)$$

2)الدراسة الطاقية للنواس المرن:

أ) طاقة الوضع المرنة:

طاقة الوضع المرنة للنواس المرن هي الطاقة التي تمتلكها المجموعة من جراء تشويه النابض وتعطيها العلاقة التالية:

$$Epe = \frac{1}{2}K.x^2 + c^{te}$$

حيث: K صلابة النابض. x :إطالته.

والثابتة c^{te}تتحدد قيمتها باستعمال الحالة المرجعية .

وعمليا نختار كحالة المرجعية $Epe = 0$ عندما يكون النابض غير مشوها أي عند $x = 0$.

بالتعويض في التعبير السابق نحصل على $c^{te} = 0$.

وبالتالي يعبر عن طاقة الوضع للنواس المرن بالعلاقة: $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2$ باعتبار $E_{pe} = 0$ عند $x = 0$.

ملحوظة1: تغير طاقة الوضع المرنة لا يتعلق بالحالة المرجعية :

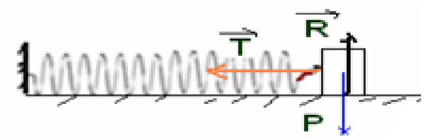
في الموضع x_1 لدينا : $Ep_1 = \frac{1}{2}k.x_1 + C$

في الموضع x_2 لدينا : $Ep_2 = \frac{1}{2}k.x_2 + C$

وتغير طاقة الوضع : $\Delta Ep = Ep_2 - Ep_1 = \frac{1}{2}k(x_2 - x_1)$

ب)انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

نعتبر النواس المرن الأفقي خلال حركته التذبذبية .



بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على المجموعة خلال انتقال الجسم S من الموضع x_1 إلى الموضع x_2 .

$$\Delta Ec = W\vec{P} + W\vec{R} + W\vec{T}$$

$W\vec{R} = 0$ و $W\vec{P} = 0$ لأنهما متعامدتان مع اتجاه الحركة.

إذن: $\Delta Ec = W\vec{T}$ ولدينا : $WT_{A->B} = \frac{1}{2}.K(x_1^2 - x_2^2) = -\Delta E_{pe}$ إذن العلاقة (1) تصبح. $\Delta Ec = -\Delta E_{pe}$

أي : $E_{C1} + E_{P1} = E_{C2} + E_{P2} \Leftarrow E_{c2} - E_{c1} = E_{p1} - E_{P2}$

أي : $E_{M1} = E_{M2}$ وبالتالي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تتحفظ بين الموضعين 1و2.

وبما أن الطاقة الميكانيكية : $E_M = Ec + Epe = \frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.k.x^2$ مع: $Epe = 0$ عند $x = 0$

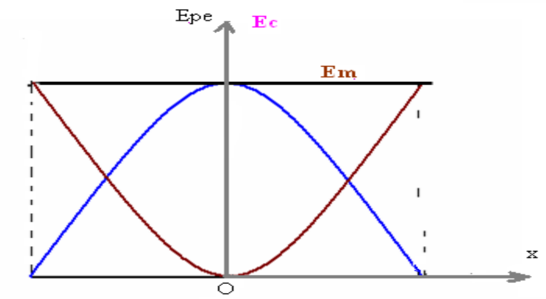
إذا كانت الاحتكاكات مهملة ، ليس هناك تبدد للطاقة أي الطاقة الميكانيكية للمجموعة تتحفظ. $E_M = C^{te}$

إذن: $\frac{1}{2}.m(2.v.\frac{dv}{dt}) + \frac{1}{2}.K.(2.x.\frac{dx}{dt}) = 0 \Leftarrow \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}.m.v^2 + \frac{1}{2}.K.x^2) = 0 \Leftarrow \frac{dE_M}{dt} = 0 \Leftarrow$

$m.\ddot{x} + k.x = 0 \Leftarrow m.\dot{x}.\ddot{x} + k.x.\dot{x} = 0$ المعادلة التفاضلية للحركة، مع: $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

ج)مخططات الطاقة:

يمكن تمثيل تغيرات E_{pe} و E_c و E_m بدلالة x .



وبما أن حل المعادلة التفاضلية $m.\ddot{x} + k.x = 0$ هو دالة جيبية تكتب كما يلي : $x = x_m\cos(\omega_o.t + \varphi)$

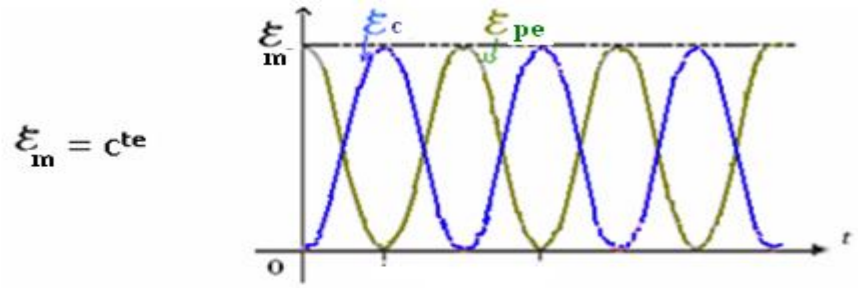
فإن: $E_{pe} = \frac{1}{2}K.x^2 = \frac{1}{2}.K.x^2_m.\cos^2(\omega_o.t + \varphi)$

و: $E_c = \frac{1}{2}.m.v^2 = \frac{1}{2}.mx_m^2.\omega_o^2.\sin^2(\omega_o.t + \varphi)$

إذن: $E_m = E_{pt} + E_C = \frac{1}{2}.K.x_m^2.\cos^2(\omega_o.t + \varphi) + \frac{1}{2}.m.x_m^2\omega_0^2\sin^2(\omega_o.t + \varphi)$ نعوض $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$

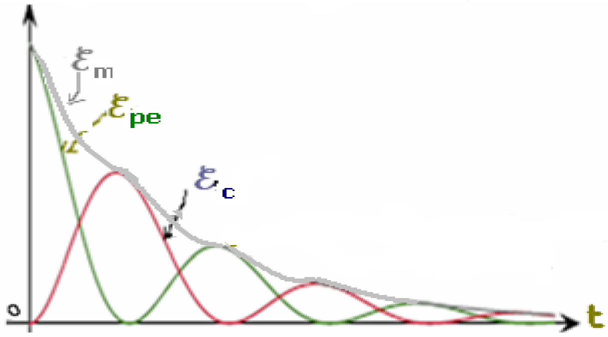
فنحصل على : $E_m = \frac{1}{2}.K.x_m^2\left[\cos^2(\omega_o.t + \varphi) + \sin^2(\omega_o.t + \varphi)\right] = \frac{1}{2}.K.x_m^2$

$$E_m = \frac{1}{2}.K.x_m^2 = C^{te}$$



ج) في حالة وجود الاحتكاكات:

في هذه الحالة يتناقص وسع التذبذبات تدريجيا ، فنحصل على نظام شبه دوري (أو لا دوري وذلك حسب أهمية الاحتكاك). الطاقة الميكانيكية للمجموعة تتناقص مع مرور الزمن إلى أن يتوقف المتذبذب عن الحركة.



وهناك ملحق خاص بمسلكي العلوم الفيزيائية والعلوم الرياضية

SBIRO Abdelkrim   Lycée agricole d'Oulad-Taima région d'Agadir royaume du Maroc
Pour toute observation contactez moi
Sbiabdou@yahoo.fr
لا تنسونا من صالح دعائكم ونسال الله لكم العون والتوفيق.

لا تنسونا من صالح دعائكم ونسال الله لكم العون والتوفيق .